平成 30 年度生　入学選考試験　数学　［特待生入試］

1．　△ABC において、AB＝AC＝3、BC＝2 であるとき $\cos\angle ABC=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$、$\sin\angle ABC=\dfrac{\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$であり、

△ABC の面積は$\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}$、△ABC の内接円 I の半径は$\dfrac{\sqrt{\boxed{ク}}}{\boxed{ケ}}$である。

また、円 I の中心から点 B までの距離は$\dfrac{\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$である。

(1)　辺ＡＢ上の点 P と辺 BC 上の点 Q を、BP＝BQ かつ $PQ=\frac{2}{3}$となるようにとる。このとき、△PBQ の外接円 O の

直径は$\dfrac{\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{ス}}$であり、円 I と円 O は$\boxed{セ}$。ただし、$\boxed{セ}$には次の①～⑤から当てはまるものを一つ選べ。

①　重なる（一致する）　　②　内接する　　③　外接する

④　異なる 2 点で交わる　　⑤　共有点をもたない

(2)　円 I 上に点 E と点 F を、3 点 C、E、F が一直線上にこの順に並び、かつ、$CF=\sqrt{2}$となるようにとる。

このとき $CE=\dfrac{\sqrt{\boxed{ソ}}}{\boxed{タ}}$、$\dfrac{EF}{CE}=\boxed{チ}$である。

さらに、円 I と辺 BC との接点を D、線分 BE と線分 DF との交点を G、線分 CG の延長と線分 BF との交点を M とする。このとき、$\dfrac{GM}{CG}=\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$である。

2．　a を定数とし、x の 2 次関数　$y=x^2-2(a+1)x+2a^2+4a-2$……①のグラフの頂点の座標は

$(a+\boxed{ア}$、$a^2+\boxed{イ}a-\boxed{ウ})$である。

$0\leqq x\leqq 2$ において、関数①の最小値は $a\leqq\boxed{エオ}$のとき　$\boxed{カ}a^2+\boxed{キ}a-\boxed{ク}$

$\boxed{エオ}<a\leqq\boxed{ケ}$のとき　$a^2+\boxed{コ}a-\boxed{サ}$

$\boxed{ケ}<a$ のとき　$\boxed{シ}a^2-\boxed{ス}$である。

3．　(1)　n を自然数とする。このとき、$\dfrac{16800}{n}$、$\dfrac{17640}{n}$、$\dfrac{18000}{n}$がすべて自然数となるような n のうち最大のものは

$n=\boxed{アイウ}$である。

また、$\dfrac{n}{84}$、$\dfrac{n}{90}$、$\dfrac{n}{98}$がすべて自然数となるような n のうち最小のものは $n=\boxed{エオカキ}$であり、

$\dfrac{n^2}{84}$、$\dfrac{n^3}{90}$、$\dfrac{n}{98}$がすべて自然数となるような n のうち最小のものは $n=\boxed{クケコサ}$である。

(2)　m を整数とする。このとき $m^2-49=(m+\boxed{シ})(m-\boxed{シ})$と因数分解できることを利用すると

$\dfrac{m^2+1}{m+7}=m-\boxed{ス}+\dfrac{\boxed{セソ}}{m+7}$が成り立つ。よって、$\dfrac{m^2+1}{m+7}$が整数となるような m は全部で$\boxed{タチ}$個あり、

そのうち、$\left|\dfrac{m^2+1}{m+7}\right|$が最大となるものは $m=\boxed{ツテ}$、$\boxed{トナニ}$である。

4．　x は実数とする。

(1)　$x^2-5x-5\leqq 0$ を満たす整数 x の最大値は $\boxed{ア}$、最小値は $\boxed{イ}$ である。

$|x^2-x-3|<3$ を満たす x は $\boxed{ウエ}<x<\boxed{オ}$ または $\boxed{カ}<x<\boxed{キ}$ である。

(2)　次の文中の $\boxed{ク}$、$\boxed{ケ}$ に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つずつ選べ。

$x^2-x-2=0$ が成り立つための必要十分条件は、①と $\boxed{ク}$ の両方が成り立つことである。また、③は $\boxed{ケ}$ が成り立つための必要条件であるが、十分条件ではない。

①　x は整数　　②　$x^2\leqq 5$　　③　$x^2-5x-5\leqq 0$

④　$|x-3|\leqq 2$　　⑤　$|x^2-x-3|<3$

5．　1 から 5 までの数字が一つずつ書かれた 5 枚のカードと、何も入っていない A、B、C の 3 つの箱がある。この 5 枚のカードから順に 1 枚ずつ取り出し、カードに書かれた数字と取り出した順番が一致したらそのカードを A の箱に入れ、一致しないときは B の箱に入れる。

(1)　5 枚のカードがすべて A の箱に入る確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウエ}}$ である。

(2)　3 と 4 と 5 の数字が書かれたカードのみ A の箱に入る確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カキク}}$ である。また、ちょうど 3 枚のカードが A の箱に入る確率は $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コサ}}$ である。

(3)　4 と 5 の数字が書かれたカードのみ A の箱に入る確率は $\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{スセ}}$ である。また、ちょうど 2 枚のカードが A の箱に入る確率は $\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$ である。

(4)　A の箱に 5 の数字が書かれたカードが入っている確率は $\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$ である。

(5)　5 枚のカードがすべて B の箱に入る確率は $\dfrac{\boxed{テト}}{\boxed{ナニ}}$ である。

(6)　5 枚のカードをすべて A または B の箱に入れた後、B の箱にカードが入っていなければそこでカードの移動は終了とする。一方、B の箱に入っているカードがあれば、さらに B の箱から順に 1 枚ずつカードを取り出し、カードに書かれた数字と取り出した順番が一致したらそのカードを A の箱に入れ、一致しないときは C の箱に入れてカードの移動は終了とする。カードの移動を終了したとき、すべてのカードが A の箱に入る確率は $\dfrac{\boxed{ヌネノ}}{\boxed{ハヒフヘ}}$ である。