

平成 30 年度生 入学選考試験 数学 [特待生入試]

1. a を定数とする。2 次関数  $y=x^2-2ax-1$ ……① と 2 次不等式  $x^2-2ax-1<0$ ……② について考える。

(1) ①のグラフと y 軸との共有点の座標は (0, アイ) である。また、①のグラフと x 軸の交点を A、B とするとき、線分 AB の長さの最小値は ウ である。

(2)  $a=\frac{3}{4}$  のとき、②を解くと  $-\frac{1}{エ} < x < オ$  となり、②を満たす整数 x は全部で カ 個である。

(3)  $a>0$  とするとき、②を満たす整数 x がちょうど 2 個あるような a の値の範囲は  $キ < a \leq \frac{ク}{ケ}$  である。

2. (1)  $a^2+b^2+c^2=13, a+b+c=3, abc=-1$  のとき  $ab+bc+ca=$  アイ

$(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc=$  ウエ であるから  $(a+b)(b+c)(c+a)=$  オカ となる。

(2) 方程式  $\sqrt{x^2+2x+1}+\sqrt{x^2-4x+4}=5$ ……①について考える。

$2 \leq x$  のとき、①の左辺は  $キ$  x - ク となるから、 $2 \leq x$  の範囲で①を解くと  $x=$  ケ

実数全体の範囲で、①を解くと  $x=$  ケ、コサ である。

3.  $\triangle ABC$  において、 $AB=2\sqrt{3}, BC=\sqrt{6}, CA=3$  とする。このとき  $\cos \angle ACB = \frac{\sqrt{ア}}{イウ}$ 、 $\sin \angle ACB = \frac{\sqrt{エオカ}}{キク}$  であり、

$\triangle ABC$  の外接円 O の半径は  $\frac{ケ}{シス} \sqrt{\frac{コサ}{シス}}$  である。

円 O の点 B における接線と点 C における接線の交点を P とし、線分 AP と辺 BC の交点を D とする。また、点 A を通り辺 BC と平行な直線と、直線 PB、PC との交点をそれぞれ、X、Y とする。

下の セ ~ タ には、次の①~⑦のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- ①  $\angle BAC$     ②  $\angle ABC$     ③  $\angle ACB$     ④  $90^\circ$     ⑤  $\angle BPC$     ⑥  $\angle BAD$     ⑦  $\angle CAD$

XY と BC は平行であるから、 $\angle XAB =$  セ である。また、XP が円 O に接するので、 $\angle XBA =$  ソ である。

したがって、 $\angle AXB =$  タ であり、 $AX =$  チ  $\sqrt{\frac{ツ}{チ}}$  となる。

4. 三角形に関する条件  $p$ ,  $q$ ,  $r$  を次のように定める。

$p$  : 三つの内角がすべて異なる

$q$  : 直角三角形でない

$r$  :  $45^\circ$  の内角は一つもない

条件  $p$  の否定を  $\bar{p}$  で表し、同様に  $\bar{q}$ ,  $\bar{r}$  はそれぞれ条件  $q$ ,  $r$  の否定を表すものとする。

(1) 命題「 $r \Rightarrow (p \text{ または } q)$ 」の対偶は「 $\boxed{\text{ア}} \Rightarrow \bar{r}$ 」である。

$\boxed{\text{ア}}$  に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

① ( $p$  かつ  $q$ )    ② ( $\bar{p}$  かつ  $\bar{q}$ )    ③ ( $\bar{p}$  または  $q$ )    ④ ( $\bar{p}$  または  $\bar{q}$ )

(2) 次の①～⑤のうち、命題「 $(p \text{ または } q) \Rightarrow r$ 」に対する反例となっている三角形は  $\boxed{\text{イ}}$  と  $\boxed{\text{ウ}}$  である。

$\boxed{\text{イ}}$  と  $\boxed{\text{ウ}}$  に当てはまるものを、①～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、 $\boxed{\text{イ}}$  と  $\boxed{\text{ウ}}$  の解答の順序は問わない。

① 直角二等辺三角形    ② 内角が  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $105^\circ$  の三角形    ③ 正三角形

④ 三辺の長さが 3、4、5 の三角形    ⑤ 頂角が  $45^\circ$  の二等辺三角形

(3)  $r$  は  $(p \text{ または } q)$  であるための  $\boxed{\text{エ}}$ 。

$\boxed{\text{エ}}$  に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

① 必要十分条件である    ② 必要条件であるが、十分条件ではない

③ 十分条件であるが、必要条件ではない    ④ 必要条件でも十分条件でもない

5. A、B、C の 3 人がそれぞれ、赤玉 1 個、白玉 1 個の合計 2 個の玉が入った袋を持っている。このとき、次の①、②、③の順で玉を取り出して袋に入れる。

① : B は A の袋から 1 個の玉を取り出して自分の袋に入れる。

② : C は B の袋から 1 個の玉を取り出して自分の袋に入れる。

③ : A は C の袋から 1 個の玉を取り出して自分の袋に入れる。

①から③の一連の試行が終了したときの A、B、C の袋に入っている赤玉の個数をそれぞれ  $a$ 、 $b$ 、 $c$  とする。

(1) B が赤玉、C が白玉、A が赤玉を取り出す確率は  $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$  であり、このとき、 $a = \boxed{\text{エ}}$ 、 $b = \boxed{\text{オ}}$ 、 $c = \boxed{\text{カ}}$  である。

また、B が白玉、C と A が赤玉を取り出す確率は  $\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ク}}}$  であり、このとき、 $a = \boxed{\text{ケ}}$ 、 $b = \boxed{\text{コ}}$ 、 $c = \boxed{\text{サ}}$  である。

(2) A、B、C がともに赤玉を取り出す確率は  $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{ス}}}$  であり、 $a = b = c = 1$  である確率は  $\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$  である。

(3) A が最初に持っていた赤玉を A が持っている確率は  $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$  である。

(4) A が順番を間違えて、①、③、②の順で玉を取り出して袋に入れた。このとき、A、B、C が赤玉を 1 個ずつ持っている確率は  $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$  である。